Análise no $\mathbb{R}^n$ MAT 508
Prova III
Data: 28/12/2012
Duração: 2h
Prof. Tertuliano

1. **[2.5pt]** Dada uma k-forma diferencial ω em $\mathbb{R}^n$, mostre que

$$d(d\omega) = 0\,.$$

(Suponha que os coeficientes de ω são C^∞).

2. **[2.5pt]** Mostre que dados quaisquer $v_1, v_2, \ldots, v_{n-1} \in \mathbb{R}^n$,

$$v_1 \times \cdots \times v_{n-1} \perp v_i\,,$$

para qualquer $i \in \{1, \ldots, n-1\}$.

3. **[2.5pt]** Prove o Teorema de Binet: dadas A e B duas matrizes quadradas $n \times n$, vale que

$$\det(AB) \;=\; \det(A)\det(B)\,.$$

4. **[2.5pt]** (Teorema de Green) Seja $M \subset \mathbb{R}^2$ uma variedade compacta bidimensional com bordo ∂M. Para quaisquer funções diferenciáveis $\alpha, \beta : M \to \mathbb{R}$ se tem

$$\int_{\partial M} \alpha\, dx + \beta\, dy \;=\; \int_M \Big(\frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y}\Big)\, dx \wedge dy\,.$$

Deduza o enunciado acima a partir do Teorema de Stokes: dada uma $(k-1)$-forma diferencial e M uma variedade K-dimensional com bordo,

$$\int_{\partial M} \omega \;=\; \int_M d\omega\,.$$