



Substitutiva
Probabilidade - MAT562 2024.1
Prof. Tertuliano Franco
Data: 23/07/2024



- 1) **(2 pt)** Seja $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ espaço de probabilidade e sejam A_n e B_n eventos tais que $\mathbb{P}(A_n) \rightarrow 1$ e $\mathbb{P}(B_n) \rightarrow \beta$. Mostre que $\mathbb{P}(A_n \setminus B_n) \rightarrow 1 - \beta$.
- 2) **(2 pt)** Considere uma questão de múltipla escolha com n opções, e seja p a probabilidade de determinado aluno saber resolver a questão. Se ele sabe resolver, acerta com certeza, e se não sabe, acerta com probabilidade $1/n$. Dado que ele acertou a resposta, qual a probabilidade de que ele sabia resolver? Calcule os limites dessa probabilidade quando $n \rightarrow \infty$ e quando $p \rightarrow 0^+$. Interprete.
- 3) **(2 pt)** Seja $X \sim \text{Binom}(n, p)$. Calcule $\mathbb{E}X^3$.
- 4) **(2 pt)** Suponha que $\mathbb{E}X_n \rightarrow 0$ e $\text{var } X_n \rightarrow 0$. Mostre que $X_n \xrightarrow{\mathbb{P}} 0$.
- 5) **(2 pt)** Sejam X_n tais que $\mathbb{P}(X_n = 0) = 1 - \frac{1}{n}$ e $\mathbb{P}(X_n = n) = \frac{1}{n}$. Qual o limite de X_n em:
 - (a) Probabilidade?
 - (b) Quase certo?
 - (c) Em distribuição?
 - (d) Em L^1 ?