Prova 1
MATA97 - Matemática Discreta II
Semestre 2024.1
Data: 15/07/2024
Prof. Tertuliano

1	
2	
3	
4	
5	
6	

Nome:____

(1) **(4 pt)** Considere $X = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ com a ordem parcial definida pelo diagrama de Hasse abaixo.

(a) Determine, se houver, o maior e o menor elemento de X e os elementos minimais e maximais de X.

(b) Determine os elementos maximais e minimais de $B = \{b, c, d, e, f\}$.

(c) Determine uma cadeia de tamanho quatro e uma anticadeia de tamanho três.

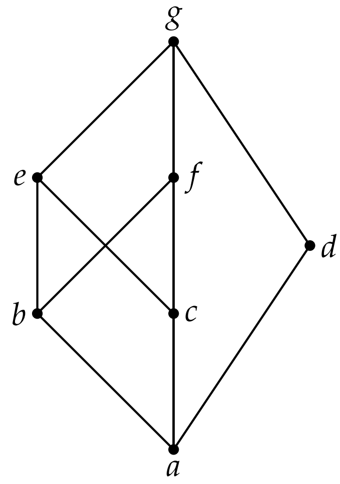
(d) Seja $A = \{a, b, c\}$. Determine o conjunto das cotas superiores de A. O conjunto A possui supremo?

(e) X é reticulado? X é reticulado completo?

(f) Determine o conjunto dos complementos de d.

(g) X é reticulado distributivo?

(h) X é reticulado booleano?



Resposta:

(2) **(2 pt)** Desenhe os diagramas de Hasse de

(a) $X = \{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ com a ordem divisibilidade.

(b) $X = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 36\}$ com ordem divisibilidade.

(c) $X = \{\text{Tertuliano}, \text{Tertu}, \text{ano}\}$ com a ordem prefixo.

(d) $X = \{\text{Tertuliano}, \text{Tertu}, \text{ano}\}$ com a ordem lexicográfica.

Resposta:

(3) **(2 pt)** Prove que se $(X, \leq)$ é um conjunto parcialmente ordenado tal que $\perp$ e $\top$ existem e $\perp = \top$, então X é um conjunto unitário.

Resposta:

(4) **(2 pt)** Seja X reticulado tal que vale $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ para quaisquer $a, b, c \in X$. Mostre que X é distributivo.

Resposta:

(5) **(Extra 1pt)** Um átomo de uma álgebra booleana $(A, +, \cdot, \bar{\ }, 0, 1)$ são os elementos $x \in A$ que **não** podem ser expressos na forma $x = y + z$ com $x \neq y$ e $x \neq z$.

(a) Quais são os átomos de $(2^S, \cup, \cap, {}^{\complement}, \emptyset, S)$?

(b) Seja B_n o conjunto das *n-strings* binárias com ordem parcial coordenada a coordenada. Quais são os átomos de B_n?

Resposta:

(6) **(Extra 1pt)** Seja $X = [a, b] \times [a, b]$ e $f : X \to X$ função monótona com respeito à ordem parcial coordenada a coordenada. Mostre que f possui um ponto fixo.

Resposta: