



Prova 2
MATA97 - Matemática
Discreta II
Semestre 2023.2
Data: 13/12/2023
Prof. Tertuliano



- (1) **(2.5 pt)** Seja F_i o i -ésimo elemento da sequência de Fibonacci, onde $F_0 = 0$ e $F_1 = 1$. Prove que $F_0^2 + \dots + F_n^2 = F_n F_{n+1}$.
- (2) **(2.5 pt)** Defina conjunto bem-ordenado. Defina conjunto bem-fundado. Todo conjunto bem-ordenado é bem-fundado? Todo conjunto bem-fundado é bem-ordenado? Prove ou dê contra-exemplo.
- (3) **(2.5 pt)** Classifique as relações abaixo em reflexiva, antirreflexiva, simétrica, antisimétrica, transitiva, ordem parcial, ordem parcial estrita, de equivalência. Caso seja de equivalência, determine as classes de equivalência.
 - (a) \mathcal{R} em \mathbb{R} dada por $x\mathcal{R}y$ se, e somente se, $(x - y)^2 \leq 1$.
 - (b) \mathcal{R} em \mathbb{N} dada por $x\mathcal{R}y$ se, e somente se, $x - 2y \geq 0$.
 - (c) \mathcal{R} em \mathbb{Z} dada por $x\mathcal{R}y$ se, e somente se, $|x| = |y|$.
 - (d) \mathcal{R} em $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ dada por $x\mathcal{R}y$ se, e somente se, $x|y$.
 - (e) \mathcal{R} em $\mathbb{Z} \setminus \{0\}$ dada por $x\mathcal{R}y$ se, e somente se, $x|y$.
- (4)
 - (a) **(0.5 pt)** Use o Algoritmo Euclidiano do mdc para encontrar o maior divisor comum de 180 e 140.
 - (b) **(1.0 pt)** Sejam $a \geq b > 0$ naturais, e sejam q e r o quociente e o resto na divisão de a por b . Mostre que $a > 2r$. Conclua que $ab > 2br$.
 - (c) **(1.0 pt)** Mostre que o número de divisões no Algoritmo Euclidiano para encontrar o mdc de a e b , com $a \geq b > 0$, é menor ou igual a $\log_2 a + \log_2 b$.