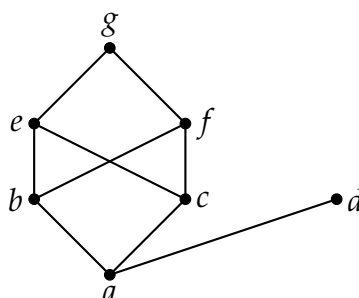




**Prova 1**  
MATA97 - Matemática  
Discreta II  
Semestre 2023.2  
Data: 27/09/2023  
Prof. Tertuliano



- (1) **(2.5 pt)** Considere  $X = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  com a ordem parcial definida pelo diagrama de Hasse abaixo. Justifique cada resposta a seguir:



- (a) Determine, se houver, o maior e o menor elemento de  $X$ .
- (b) Determine os elementos minimais e maximais de  $X$ .
- (c) Determine uma cadeia (de tamanho máximo) em  $X$ .
- (d)  $X$  é reticulado?
- (e)  $X$  é reticulado completo?
- (2) **(2.5 pt)** Seja  $(X, \leq)$  conjunto parcialmente ordenado. Suponha que  $X$  possua um maior elemento  $m$ . Mostre que este elemento é único. Prove o mesmo para o menor elemento.
- (3) **(2.5 pt)** Um reticulado é dito *modular* se  $a \leq c$  implica que  $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge c$ . Mostre que todo reticulado distributivo é modular.
- (4) **(2.5 pt)** Mostre que em um reticulado booleano vale que  $\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b}$ .
- (5) **(Extra 2pt)** Seja  $X$  reticulado completo. Dizemos que uma função  $f : X \rightarrow X$  preserva supremo se  $f(\bigvee S) = \bigvee f(S)$  para todo  $S \subseteq X$ . Se  $f : X \rightarrow X$  preserva supremo,  $f$  é monótona? Prove ou dê contra-exemplo.