



Prova II - MATA42 2022.2
Intro. Matemática Discreta I
Prof.: Tertuliano Franco
Data: 06/12/2022



Instruções: Interpretação do enunciado faz parte da avaliação. Pode-se dar respostas em termos de fatoriais. Não é permitido o uso de calculadoras nem celulares. Respostas sem justificativa não serão aceitas. Cada questão vale 2,0 pontos.

Nome: _____

- (1) Classifique a relação \mathcal{R} em $X = \{1, 2, 3, 4\}$ dada por $\mathcal{R} = \{(1, 2), (2, 2), (3, 4), (4, 3)\}$.
- (2) Mostre que a relação \mathcal{R} em \mathbb{R}^2 dada por $(x_0, y_0) \sim (x_1, y_1)$ se $y_0 - x_0^2 = y_1 - x_1^2$ é uma relação de equivalência e descreva suas classes de equivalência.
- (3) De quantas maneiras podemos pintar uma roleta de 10 compartimentos se temos n cores disponíveis e podemos repetir cores?
- (4) Uma faixa horizontal $1 \times n$ será completamente coberta por azulejos, que podem ter dois formatos retangulares, 1×1 ou 1×2 . Cada azulejo 1×1 pode ser cinza ou branco, e cada azulejo 1×2 pode ser do tipo pontilhado, quadriculado ou preenchido com retas inclinadas. A Figura 1 ilustra uma possível maneira de cobrir a faixa horizontal. Encontre a_n , o número de maneiras de cobrir a faixa horizontal.

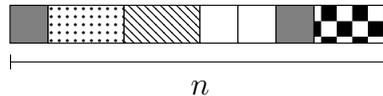


Figura 1: Exemplo de cobertura

- (5) Defina conjunto finito, infinito enumerável e infinito não-enumerável. Exiba uma bijeção para mostrar que o conjunto dos inteiros divisíveis por 3 é enumerável.
- (6) **(Extra: 2pt)** Este exercício é inspirado na Máquina de Turing.
 - (a) Argumente porque o conjunto dos programas de computador que podemos escrever é infinito enumerável.
 - (b) Uma função $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ pode ser entendida como um *problema* em computação. Por exemplo, podemos associar a função $f(n) = n^2$ a um programa que receba como *input* o número natural n e imprima n^2 na tela. Mostre que o conjunto dos problemas em computação é não-enumerável.
 - (c) Conclua que existe uma quantidade não-enumerável de problemas não-solucionáveis em computação.