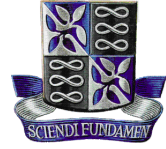




Prova I - MATA42 2022.2
Intro. Matemática Discreta I
Prof.: Tertuliano Franco
Data: 18/10/2022



Instruções: Interpretação do enunciado faz parte da avaliação. Pode-se dar respostas em termos de fatoriais. Não é permitido o uso de calculadoras nem celulares. Respostas sem justificativa não serão aceitas. Cada questão vale 2,0 pontos.

Nome: _____

- (1) Mostre que não existe um número inteiro que seja simultaneamente par e ímpar.
- (2) Prove ou dê contraexemplo para a afirmação: todo número natural k , com $4 \leq k \leq 11$, pode ser escrito como soma de dois primos.
- (3) Prove por indução que $3^n > n$ para todo $n \geq 1$.
- (4) Sejam $a_1, \dots, a_k \in \mathbb{R}$ e considere a chamada *média harmônica* de a_1, \dots, a_k , dada por

$$m = \frac{k}{\sum_{i=1}^k \frac{1}{a_i}}.$$

Prove que, para pelo menos um índice $j \in \{1, \dots, k\}$, vale $a_j \geq m$.

- (5) Prove que, para todo $n \geq 3$, a afirmação

$$\left((p_1 \Rightarrow p_2) \wedge \dots \wedge (p_{n-1} \Rightarrow p_n) \right) \Rightarrow (p_1 \Rightarrow p_n)$$

é uma tautologia.

- (6) **(Extra: 2pt)** Prove ou dê contraexemplo para a seguinte afirmação: para todo natural $n > 1$, o número $n^4 + n^2 + 1$ é composto.