



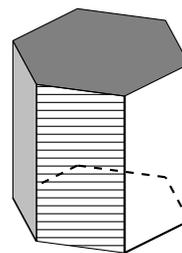
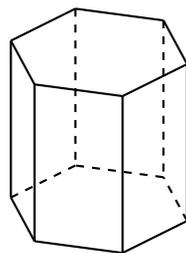
Prova I (substitutiva)-
MATB31 2022.2
Intro. Análise Combinatória
Prof.: Tertuliano Franco
Data: 06/12/2022



Instruções: Interpretação do enunciado faz parte da avaliação. Pode-se dar respostas em termos de fatoriais. Não é permitido o uso de calculadoras nem celulares. Respostas sem justificativa não serão aceitas. Cada questão vale 2,0 pontos.

Nome: _____

- (1) Numa mesa redonda, sentam-se ao acaso n meninos e k meninas, e j cadeiras ficam vazias. Qual a probabilidade de que não haja meninas sentadas consecutivamente?
- (2) Sejam $k \geq n$ naturais. De quantas maneiras podemos compor uma caixa de doces se há n_1 tipos diferentes de bombons disponíveis e n_2 tipos diferentes de balas, e a caixa deve conter k_1 bombons e k_2 balas?
- (3) Seja p número primo. De quantas maneiras podemos pintar os compartimentos de uma roleta de p compartimentos se temos n cores disponíveis e podemos repetir cores? Deduza desse resultado o Pequeno Teorema de Fermat: *Se p é primo, então p divide $a^p - a$.*
- (4) De quantas maneiras podemos pintar as faces de prisma reto de base hexagonal se temos $n \geq 8$ cores disponíveis, e não podemos repetir cores? Veja a figura abaixo para uma ilustração.



- (5) Prove, por um argumento combinatório, que

$$\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} \binom{n}{n-k} = n \binom{2n-1}{n}.$$