



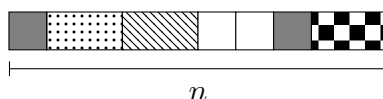
Prova II - MATB31 2022.2
Intro. Análise Combinatória
Prof.: Tertuliano Franco
Data: 08/12/2022



Instruções: Interpretação do enunciado faz parte da avaliação. Pode-se dar respostas em termos de fatoriais. Não é permitido o uso de calculadoras nem celulares. Respostas sem justificativa não serão aceitas. Cada questão vale 2,0 pontos.

Nome: _____

- (1) Em uma certa eleição, o candidato A teve 40 votos e o candidato B teve 60 votos. Qual a probabilidade de que, durante a apuração, o candidato A em algum momento tenha ficado 10 votos à frente do candidato B ?
- (2) Uma faixa horizontal $1 \times n$ será completamente coberta por azulejos, que podem ter dois formatos retangulares, 1×1 ou 1×2 . Cada azulejo 1×1 pode ser cinza ou branco, e cada azulejo 1×2 pode ser do tipo pontilhado, quadriculado ou preenchido com retas inclinadas, veja a figura abaixo. Encontre o número de maneiras de cobrir a faixa horizontal.



- (3) Numa corrida da hipotética Fórmula-C há 16 carros, sendo 4 de cada equipe (ou seja, há 4 equipes). A largada é feita no formato de um quadrado 4×4 . Não é permitido que nenhuma equipe tenha todos os seus 4 carros alinhados numa mesma linha ou numa mesma coluna. De quantos modos a largada pode ser feita? Considere os carros distintos.
- (4) Prove que em qualquer conjunto de 35 inteiros há dois números cuja soma ou cuja diferença é divisível por 67.
- (5) Sejam f, g funções n vezes diferenciáveis. Denote por $h^{(k)}$ a k -ésima derivada da função h , sendo que $h^{(0)} = h$. Prove que

$$(fg)^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(n-k)} g^{(k)}.$$

- (6) **(Extra: 2pt)** Dentre 9 pontos na superfície de um tetraedro cuja aresta tem comprimento 2, prove que há dois pontos que distam no máximo 1.

Dica: pense espacialmente. Qual a maior distância entre dois pontos quaisquer sobre a superfície de um tetraedro de lado ℓ ?