



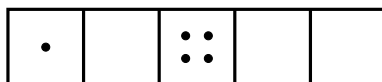
Prova 1 - MATB31 2019.2  
Intro. Análise Combinatória  
Prof.: T. Franco / D. Erhard  
Duração: 2h. Data 08/10/2019



**Instruções:** Interpretação do enunciado faz parte da avaliação. Não serão tiradas dúvidas durante a prova. Pode-se dar respostas em termos de fatoriais. Não é permitido o uso de calculadoras. Respostas sem justificativa não serão aceitas. Cada questão vale 2,0 pontos.

**Nome:** \_\_\_\_\_

- (1) Seja  $p$  inteiro,  $p \geq 1$ . Mostre que a relação  $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : p \text{ divide } y - x\}$  é uma relação de equivalência.
- (2) De quantas maneiras podemos colocar pessoas  $\{1, \dots, 20\}$  em uma mesa redonda de modo que as pessoas  $\{1, 2, 3, 4\}$  sejam sempre consecutivas em alguma ordem e que as pessoas 5 e 6 não sejam vizinhas?
- (3) De quantas maneiras podemos pintar as faces de um cubo com seis cores distintas, sem repetir cores?
- (4) Um certo jogo de *pentaminó* usa peças retangulares com cinco números representados, que variam de 0 a 6 (veja figura abaixo). Quantas são as peças deste jogo? **Dica:** A resposta não é  $\frac{7}{1} + \frac{7^5-7}{2}$ .



- (5) Prove a identidade

$$\sum_{k=1}^{p-1} k(p-k) \binom{B}{k} \binom{V}{p-k} = BV \binom{B+V-2}{p-2}$$

via um argumento combinatório.

- (6) (**Extra 2pt**) Considere os algarismos indo-arábicos de 0 a 9, escritos com a grafia abaixo.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Uma placa retangular com um número de cinco algarismos com a grafia acima caiu do poste (o número pode ter zeros à esquerda, por exemplo 00001). Qual a probabilidade de que você possa dizer, com total segurança, qual era o número na placa?