



Prova 2 - MATB31 2018.1
Intro. Análise Combinatória
Prof. Tertuliano Franco
Duração: 2h.
Data 27/07/2018



1 ^a	
2 ^a	
3 ^a	
4 ^a	
5 ^a	
6 ^a	
7 ^a	

Instruções: Interpretação do enunciado faz parte da avaliação. Não serão tiradas dúvidas durante a prova. Podem-se dar respostas em termos de fatoriais. Não é permitido o uso de calculadoras. Respostas sem justificativa não serão aceitas. Cada questão vale 2,0 pontos.

Nome: _____

- (1) Usando o Teorema das Colunas, calcule $\sum_{k=1}^n k^3$.
- (2) Quantos são os anagramas das letras *AAAABBBBCCCCDDDD* sem letras *A*'s consecutivas?
- (3) Quantos são os anagramas das letras *AAAABBBBCCCCDDDD* que têm quatro letras consecutivas iguais?
- (4) Quantos são os anagramas com 40 letras *A* e 40 letras *B* tais que, para todo $k = 1, \dots, 80$, nas primeiras k posições o número de *A*'s mais 10 é maior ou igual do que o número de *B*'s?
- (5) Quantas são as sequências de n letras tais que cada letra é *A* ou *B*, e não há letras *A* consecutivas?
- (6) **[Extra 2pt]** Considere um anagrama com n letras *A* e $2n + 3$ letras *B*. Mostre que neste anagrama haverá três letras *B* consecutivas.
- (7) **[Extra 2pt]** Prove, por um argumento combinatório, que

$$\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor} \binom{n-k+1}{k} = \left(\frac{5+3\sqrt{5}}{10}\right) \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{5-3\sqrt{5}}{10}\right) \cdot \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n.$$

Dica: questão (5).