



Prova 3
Mat. Discreta - MATA42 2017.2
Prof. Tertuliano Franco
Duração: 1h50. Data 20/02/2018



Instruções: justifique suas respostas. Cada questão vale 2,5 pontos.

(1) Resolva:

$$\begin{cases} a_n = 4a_{n-1} + 2^n, \\ a_0 = 6, \end{cases}$$

(2) Resolva:

$$\begin{cases} a_n + 2a_{n-1} - 4b_{n-1} = 0, \\ b_n + 5a_{n-1} - 7b_{n-1} = 0, \\ a_1 = 4, \\ b_1 = 1. \end{cases}$$

(3) Uma faixa horizontal $1 \times n$ será completamente coberta por azulejos, que podem ter dois formatos retangulares, 1×1 ou 1×2 . Cada azulejo 1×1 pode ser cinza ou branco, e cada azulejo 1×2 pode ser do tipo pontilhado, quadriculado ou preenchido com retas inclinadas. A Figura 1 ilustra uma possível maneira de cobrir a faixa horizontal. Seja a_n o número de maneiras de cobrir a faixa horizontal.

a) Encontre uma recorrência para a_n .

b) Resolva a recorrência e encontre uma fórmula para a_n .

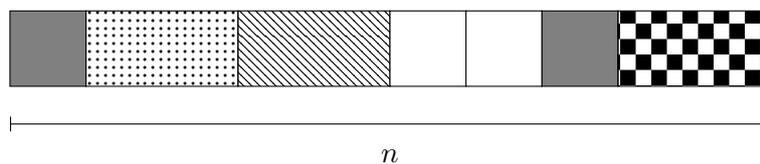


Figura 1: Exemplo de cobertura

azulejo

(4) Calcule a soma $\sum_{k=1}^n \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$.