



Prova 1
Mat. Discreta - MATA42 2017.2
Prof. Tertuliano Franco
Duração: 1h50. Data 09/11/2017



Instruções: justifique suas respostas.

(1) **2pt.** Negue a afirmação

$\forall x \in X, \exists y \in Y$ tal que $\left((\forall z \in Z, p(z) \neq q(x, y)) \text{ ou não vale que } p(x) \cdot r(z) \geq 2 \right)$.

(2) **2pt.** Considere a relação $\mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : (a > 0 \text{ e } b < 0) \text{ ou } (a < 0 \text{ e } b > 0)\}$. Classifique esta relação como simétrica, antissimétrica, reflexiva, antirreflexiva, transitiva e/ou de equivalência.

(3) **2pt.** Prove por indução que $8^n - 1$ é múltiplo de 7 para todo $n \geq 0$.

(4) **2pt.** Seja $q \neq 1$. Prove por indução a fórmula para a soma de uma progressão geométrica:

$$1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1} = \frac{1 - q^n}{1 - q}, \quad \forall n \geq 1.$$

(5) **2pt.** Seja $N \geq 1$. Prove por indução que

$$\left(1 - \frac{1}{N}\right)^n > \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{n-1} - \frac{1}{N}$$

para todo $n \geq 2$.

(6) **1pt (extra).** Qual o fecho transitivo da relação $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : |x - y| < 2\}$?