

# Gabarito Probabilidade Prova 1

2016.1

$$\textcircled{1} \text{ a) } P[\text{vin a obito}] = 1 - P[\text{rain vivo}]$$

$$= 1 - \frac{89}{100} \cdot \frac{98}{98} \cdot \frac{50}{51} = 1 - \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$\text{b) } V_1 = [\text{rain vivo da 1ª consulta}]$$

$$V_{50} = [\text{rain vivo da 50ª consulta}]$$

$$P[V_1^c | V_{50}^c] = \frac{P[V_1^c \cap V_{50}^c]}{P[V_{50}^c]} = \frac{P[V_1^c]}{P[V_{50}^c]}$$
$$= \frac{1/100}{1/2} = \frac{1}{50}$$

$$\textcircled{2} P(A_n \setminus B_n) = P(A_n \cap B_n^c)$$

$$= P(B_n^c) - P(A_n^c \cap B_n^c)$$

$$\downarrow$$

1-P

$$\downarrow \textcircled{*}$$

0

$$\textcircled{*} 0 \leq P(A_n^c \cap B_n^c) \leq P(A_n^c) = 1 - P(A_n) \rightarrow 0$$

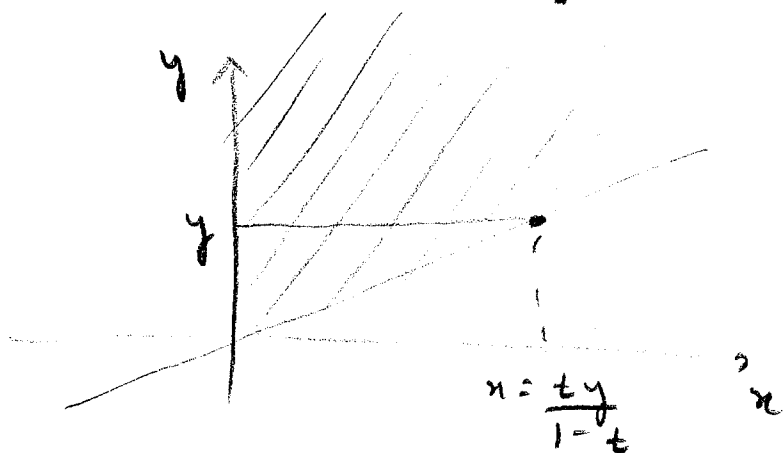
$$\textcircled{3} \quad \text{Se } t < 0, \quad P\left[\frac{X}{X+Y} \leq t\right] = 0$$

$$\text{Se } t > 1, \quad P\left[\frac{X}{X+Y} \leq t\right] = 1$$

$$\text{Se } 0 \leq t \leq 1,$$

$$P\left[\frac{X}{X+Y} \leq t\right] = \iint_{B_t} \lambda e^{-\lambda x} \lambda e^{-\lambda y} dx dy = *$$

endo



$$x \leq t(x+y)$$

$$y \geq \frac{(1-t)x}{t}$$

$$* = \int_0^{+\infty} \int_{\frac{t}{1-t}y}^{+\infty} \lambda^2 e^{-\lambda x} e^{-\lambda y} dx dy$$

$$= \int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda y} \int_0^{\frac{t}{1-t}y} \lambda e^{-\lambda x} dx dy$$

$$= \int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda y} \left( -e^{-\lambda x} \Big|_{x=0}^{x=\frac{t}{1-t}y} \right) dy$$

$$= \int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda y} (1 - e^{-\lambda \frac{t}{1-t}y}) dy = \dots = t$$

$$(4) P(t) = P[X > t]$$

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[X \leq t + \Delta t | X > t]}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[t < X \leq t + \Delta t]}{P[X > t] \Delta t}$$

$$= \frac{1}{P[X > t]} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[X > t] - P[X > t + \Delta t]}{\Delta t}$$

$$= \frac{-P'(t)}{P(t)}$$

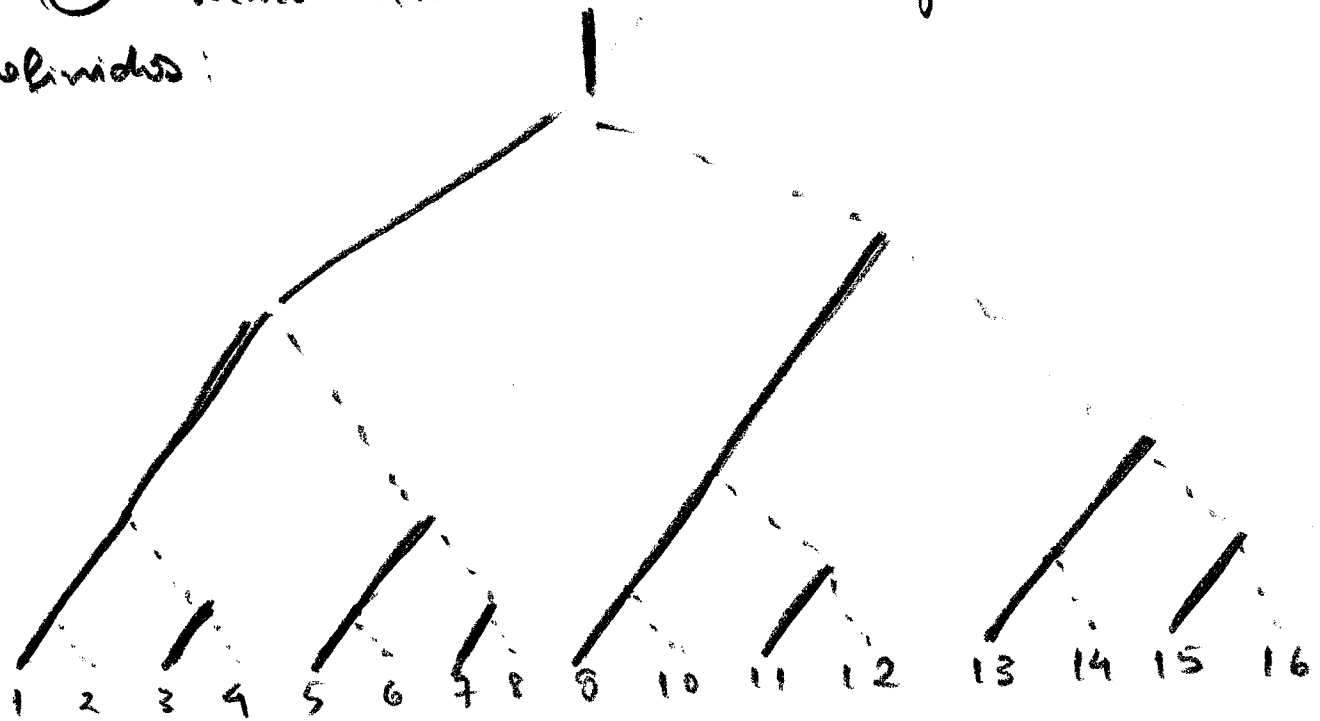
$$\int_0^t -\frac{P'(\lambda)}{P(\lambda)} d\lambda = \int_0^t f(\lambda) d\lambda$$

$$\Rightarrow -(\log P(t) - \log P(0)) = \int_0^t f(\lambda) d\lambda$$

$$\Rightarrow P(t) = e^{-\int_0^t f(\lambda) d\lambda}$$

$$\text{hence, } f(\lambda) \equiv \lambda \quad \square$$

⑤ Vamos fixar uma árvore já com os resultados definidos:



Acima, / é vitória e \ é derrota. Por exemplo, quem ganha o campeonato é o time que cai na posição 1.

Logo, para a Vitória ser campeão e não ter jogado com a Bahia é necessário que a Vitória caia na posição 1 e a Bahia esteja nas posições 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16.

Daí, o resultado é

$$\frac{1}{16} \cdot \binom{11}{15} = \frac{11}{16 \cdot 15}$$