



Prova 3 - MATB31 2016.1
Intro. Análise Combinatória
Prof. Tertuliano Franco
Duração: 2h. Data 25/10/2016



Instruções: Interpretação do enunciado faz parte da avaliação. Não serão tiradas dúvidas durante a prova. Pode-se dar respostas em termos de fatoriais. Não é permitido o uso de calculadoras. Respostas sem justificativa não serão aceitas. Cada questão vale 2,0 pontos.

(1) Calcule

$$\binom{100}{50} + \binom{101}{51} + \cdots + \binom{200}{150}.$$

(2) Calcule

$$\sum_{k=1}^n (k^4 + 6k^3 + 11k^2 + 6k).$$

(3) Seja $G = (V, A)$ uma árvore. Mostre que $|A| = |V| - 1$.

(4) (a) Encontre o termo de grau 15 na expansão de

$$(x + x^4 + x^6)^{12}.$$

(b) Mostre o “Teorema das Linhas” para o Multinômio de Leibniz:

$$\sum_{\substack{0 \leq j_1, \dots, j_k \leq n \\ j_1 + \dots + j_k = n}} \frac{n!}{j_1! \cdots j_k!} = k^n.$$

(5) (a) Mostre que num grupo de 13 pessoas é impossível que 6 pessoas conheçam exatamente 6 pessoas e 7 pessoas conheçam exatamente 7 pessoas.

(b) É possível que num grupo de 10 pessoas cada pessoa conheça exatamente três pessoas? Justifique.