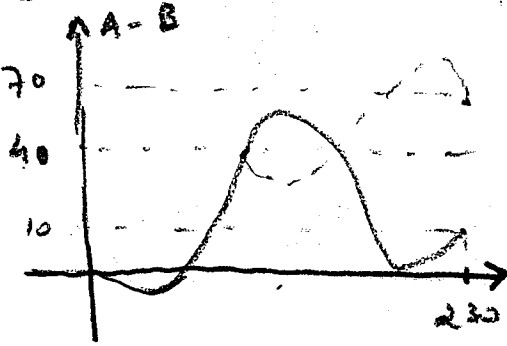


① Total de caminhos:



$$\frac{230!}{120! 110!}$$

Favoráveis: $\frac{230!}{150! 80!}$

$$\begin{cases} x + y = 230 \\ x - y = 70 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 150 \\ y &= 80 \end{aligned}$$

Resposta:

$$\frac{120! 110!}{150! 80!}$$

②
$$\begin{cases} a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \\ a_0 = 1 \\ a_1 = 1 \end{cases}$$

Eq. Característica

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$a_n = A \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n + B \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n$$

$$\begin{cases} A + B = 1 \\ \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right) A + \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right) B = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{1 + \sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \\ B = \frac{4\sqrt{5} - 1}{2\sqrt{5}} \end{cases}$$

③ $f(220, 40) \cdot \frac{180!}{50! 60! 70!}$

$$f(n, p) = \binom{n-p+1}{p} =$$

$$= \binom{181}{40} \cdot \frac{180!}{50! 60! 70!}$$

④ Como são 13 restos na divisão por 13, e são pelo menos 10 desses números que têm o mesmo resto na divisão por 13. Como a diferença entre dois números que deixam mesmo resto na divisão por 13 é múltiplo de 13, concluímos a demonstração.