



Prova 3 MATB31 2014.1
Intro. Análise Combinatória
Prof. Tertuliano Franco
Duração: 2h. Data 29/07/2014



Instruções: Interpretação do enunciado faz parte da avaliação. Não serão tiradas dúvidas durante a prova. Pode-se dar respostas em termos de fatoriais. Não é permitido o uso de calculadoras. Toda resposta deve ser justificada. Respostas sem justificativa serão aceitas no máximo parcialmente.

1. **(2,5 pt)** Calcule

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(3k+2)$$

2. **(2,5 pt)** Calcule

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k+1} \binom{n}{k}$$

3. **(2,5 pt)** Determine o coeficiente de x^3 no desenvolvimento de

$$\left(2x^4 - \frac{1}{x}\right)^{12}$$

4. **(2,5 pt)** Num exame há 3 respostas para cada pergunta e apenas uma delas é a certa. Portanto, para cada pergunta, um aluno tem probabilidade $1/3$ de escolher a resposta certa se ele está adivinhando e probabilidade 1 se sabe a resposta. Um estudante sabe a resposta de uma questão com probabilidade $3/10$. Dado que ele respondeu corretamente uma questão, qual a probabilidade de que ele realmente sabia a resposta daquela questão?

(1 pt) Extra (*Banco de questões OBMEP 2013*)

O professor Guilherme criou três estranhas máquinas. A máquina A transforma um gato em um cachorro com probabilidade $1/3$. A máquina B transforma um gato em um cachorro com probabilidade $2/5$. A máquina C transforma um gato em um cachorro com probabilidade $1/4$. E se o animal é um cachorro, nenhuma das máquinas faz transformação alguma. O professor Guilherme colocou um gato na máquina A, depois colocou o animal resultante da máquina A na máquina B e, por fim, colocou o animal resultante da máquina B na máquina C. Qual a probabilidade de ter saído um cachorro da máquina C?