



Prova 2 - MATB31 2014.1  
Intro. Análise Combinatória  
Prof. Tertuliano Franco  
Duração: 2h. Data 10/06/2014



**Instruções:** Interpretação do enunciado faz parte da avaliação. Não serão tiradas dúvidas durante a prova. Pode-se dar respostas em termos de fatoriais. Não é permitido o uso de calculadoras. Toda resposta deve ser justificada. Respostas sem justificativa serão aceitas no máximo parcialmente.

1. **(2 pt)** Quantos são os números entre 10 e 10.000 (incluindo os números 10 e 10.000) que **não** são divisíveis nem por 7 nem por 11 ?
2. **(2 pt)** Numa corrida de Fórmula Indy há 27 carros, sendo três de cada de cada equipe (ou seja, há 9 equipes). A largada é feita com três filas paralelas de nove carros. Sabendo que cada cada equipe deve ter um de seus carros em cada fila, de quantos modos a largada pode ser feita? Considere os carros distintos.
3. **(2 pt)** Numa eleição com dois candidatos A e B, há 80 eleitores, e o candidato A vence por  $42 \times 38$ . Quantas são as apurações nas quais o candidato B em algum momento esteve à frente do candidato A?
4. **(2 pt)** De quantos modos podemos formar uma fila com 9 meninas e 26 meninos sem que haja duas meninas adjacentes? Lembre-se de que cada pessoa é diferente.
5. **(2 pt)** Mostre que dados quaisquer 13 pontos em um retângulo  $3 \times 4$ , há pelo menos um par de pontos a uma distância menor ou igual a  $\sqrt{2}$ .

**(1 pt)** Extra (*Banco de questões IMO Bulgária 1979*)

Dados  $4n + 1$  reis em um tabuleiro de xadrez infinito, prove que existe um subconjunto de  $n + 1$  reis que não se atacam. Observação: um rei ataca suas casas vizinhas, incluindo as casas em diagonal.