

Gabarito
(Resumido)

Prova 1
2014.1

MA1831
Int. An. Comb.

1) Se as letras fossem distintas, teríamos $15!$ permutações. Dividindo pelas repetições, temos

$$\frac{15!}{3! 4!}$$

$$2) x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = p, \quad 0 \leq p \leq 20$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + \underbrace{20 - p}_n = 20$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + n = 20$$

Vinte palatinhos e cinco minas de

mais. Daí,

$$\frac{25!}{20! 5!}$$

3) a) Escolhendo seis pessoas, temos

$$\binom{12}{6} = 132 \quad \text{Mas isso é o mesmo}$$

que escolher as outras seis! Logo,

$$\frac{1}{2} \binom{12}{6} = 66.$$

b) Analogamente,

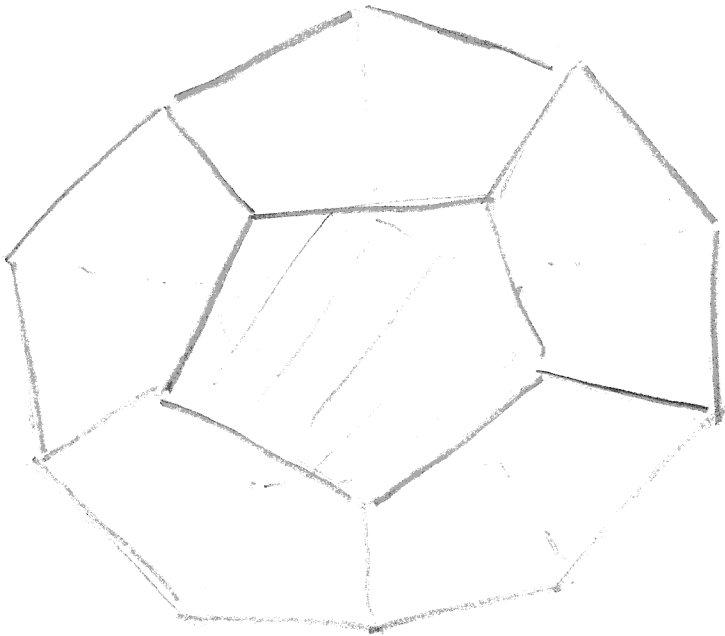
$$\binom{30}{5} \cdot \binom{25}{5} \cdot \binom{20}{5} \cdot \binom{15}{5} \cdot \binom{10}{5} \cdot \binom{5}{5} \cdot \frac{1}{6!}$$


4) Vamos contar as maneiras em que as pessoas ficam juntas:

$$\frac{14!}{14} \cdot 2$$

$$\text{Daí, } \frac{15!}{15} - \frac{14!}{14} \cdot 2$$

5)



Se as faces estivessem finas, teríamos 12! pinturas. Mas temos que descontar as rotações. Olhe a face pintada acima. Podemos girar o dodecaedro em torno dela 5 vezes. Além disso, esta face de cor  poderia estar em 12 posições diferentes. Daí,

$$\frac{12!}{5 \times 12}$$