

Prova 2 Gabarito Resumido

① f integrável $\Rightarrow D_f =$ conjunto dos pontos de descont. de f tem medida nula

g integrável $\Rightarrow D_g$ tem medida nula

$D_{f \cdot g} \subseteq D_f \cup D_g \Rightarrow D_f \cup D_g$ tem medida nula, pois uniões (até enumeráveis) de conjuntos com medida nula tem medida nula.

② A Mensurável à Jordan $\Rightarrow \chi_A$ integrável.

Aplicar Fubini.

③ Aplique o critério de integrabilidade num sentido.

O outro é quase imediato.

④ a) Verdadeiro

b) Falso, tome $A = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

c) Falso, tome $A = \mathbb{N}$

d) Falso, tome $A = \{x \in [0,1] \text{ tal que } x \text{ é irracional}\}$.

$\text{int } A = \emptyset$, mas A não tem medida nula. Se tivesse, $[0,1] = A \cup (\mathbb{Q} \cap [0,1])$ teria medida nula.